YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI – 1

ULAŞTIRMA PROBLEMLERİ

Sevin KARAGÖZ	201410306033
Ayşegül YATKIN	150306012
Buse Nur ÜSKÜPLÜ	150306028

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI-1

1-ULAŞTIRMA PROBLEMLERİ

Ulaştırma modeli, doğrusal programlama probleminin özel bir şeklidir. Bu modelde, malların kaynaklardan (fabrika gibi)hedeflere (depo gibi) taşınmasıyla ilgilenir. Buradaki amaç bir taraftan hedefin talep gereksinimleri ve kaynakların arz miktarlarında denge sağlarken, diğer taraftan da her bir kaynaktan her bir hedefe yapılan taşımaların toplam maliyetini minimum kılacak taşıma miktarının belirlemektedir**.** Modelde, verilen rota üzerindeki taşıma maliyetlerinin aynı rota üzerindeki taşıma miktarlarıyla doğru orantılı olduğu kabul edilmektedir. Ulaştırma modeli, malların bir yerden bir yere taşınmasından başka, stok kontrolü, işgücü programlama, personel atama gibi alanlarda da kullanılabilmektedir.

1.1.ULAŞTIRMA PROBLEMLERİNİN MATEMATİK MODELİ

i: üretim (arz) merkezi

j: tüketim (talep) merkezi

Si :i. Üretim merkezinin kapasitesi

Dj :j. Tüketim merkezinin talebi

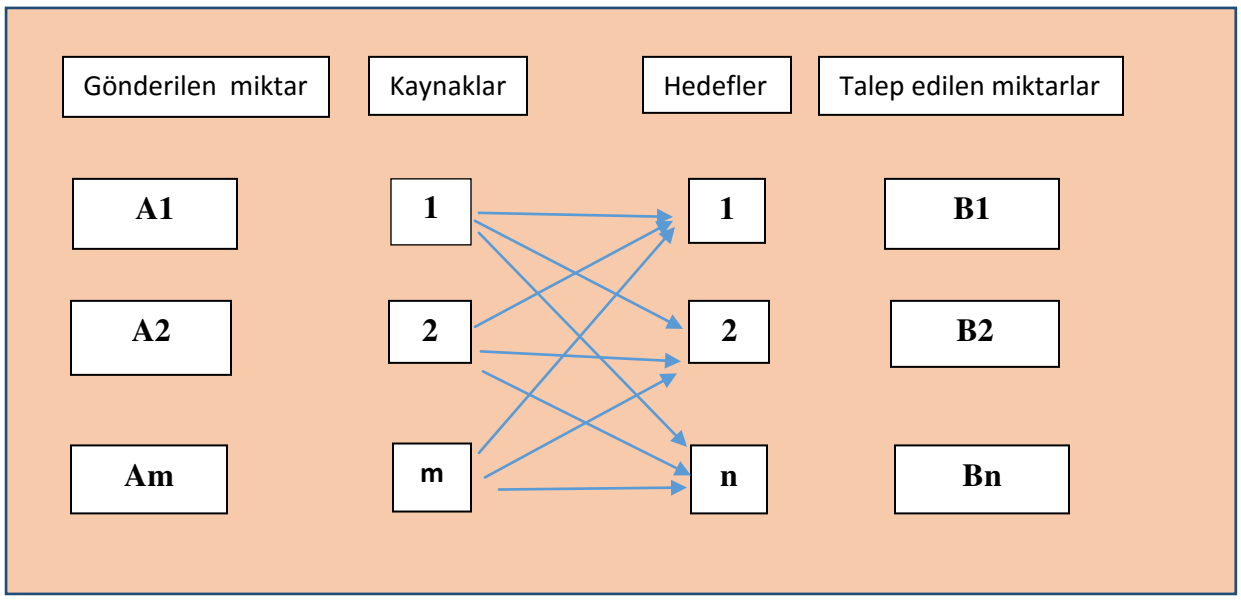
cij : i. merkezden j. Merkeze 1 birim ürün göndermenin maliyeti

Xij: i. merkezden j.merkeze ulaştırılan miktar

Amaç:

Minimum Z = $\sum$ cij Xij

Problemin genel hali şekilde verilmiştir. Her biri birer düğüm olarak gösterilen m kaynak ve n hedef vardır. Bağlantılar, kaynaklarla



hedefler arasındaki rotaları belirten ifadelerdir. (i, j) bağlantısı, i, kaynağını, j hedefine bağlarken iki tür bilgi içermektedir Cij birim taşıma maliyeti, xij taşıma miktarı. i kaynağının arz miktarı ai, j hedefinin talep ettiği miktar da bj olsun. Modelin amacı, tüm arz ve talep kısıtlarını sağlayan, ayrıca toplam taşıma maliyetlerini minimum kılan xij bilinmeyen miktarlarını belirlemektir.

Ulaştırma modellerinin gösterimi için ulaştırma tabloları kullanılır. Aşağıda bir ulaştırma tablosu örneği verilmiştir.

	D1	D2	D3	D4	ARZ
S1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	A1
S2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	A2
S3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	A3
S4	X_{41}	X_{42}	X_{43}	X_{44}	A4
TALEP	T1	T2	T3	T4	

Her satır ve sütün için arz ve talep eşitlikleri ayrı ayrı sağlanmalıdır.

Eğer ulaştırma tablosunda Toplam Arz = Toplam Talep eşitliği sağlanıyorsa, ulaştırma problemi dengededir. Eğer eşitlik sağlanmıyorsa, ulaştırma probleminin çözümüne başlamadan önce, problemin dengeye getirilmesi gerekir. Bunun için;

- Talep < Arz ise, probleme yapay talep merkezi eklenir ve sanki eklenen merkeze de mal gönderiliyormuş gibi düşünülür.
- Talep > Arz ise, probleme yapay üretim merkezi eklenir ve yapay merkezden de eksik olan talep karşılanabilirmiş gibi düşünülür.

Ulaştırma problemlerinin çözülebilmesi için, öncelikle bir başlangıç çözümünün bulunması gereklidir. Bulunan bir çözümün geçerli olabilmesi için i satır (üretim merkezi) ve j sütundan (tüketim merkezi) oluşan bir ulaştırma probleminde çözüm sonucunda atama yapılan hücrelerin sayısı, (i + j – 1)'e eşit olmalıdır.

Ulaştırma problemlerinde başlangıç çözümü bulmak için kulanılan yöntemler şu şekilde sıralanabilir:

1. Kuzey-Batı Köşe Yöntemi
2. En Az Maliyetli Gözeler Yöntemi
3. Sıra / Sütun En Küçüğü Yöntemi
4. Vogel Yaklaşımı (VAM)

1.1.Kuzeybatı Köşesi yöntemi; yöntem tablonun x11 değişkeninin yer aldığı Kuzeybatıda ki hücrede (kutuda) başlar.

• **Adım 1:** seçilen kutuya mümkün olduğunca fazla atama yap ve ardından bu atanan miktarı arz ve talep miktarlarından çıkararak gerekli düzenlemeleri yapılır.

• **Adım 2:** ileride tekrar atama yapılmasını engellemek için çıkarma sonucu sıfır arz ya da talebe ulaşan satır ya da sütunu iptal edilir. Hem satır hem de sütun aynı anda sıfıra gelmişse birini seçilir ve iptal edilmeyen satır (sütun) daki sıfır arzı (talebi) dikkate alınmaz (terk etmedir)

• **Adım 3:** iptal edilemeyen sadece bir satır ya da sütun kalınlığında durulur. Aksi halde bir önceki işlemde sütun iptal edilmişse sağ kutuya, satır iptal edilmişse bir aşağıdaki kutuya geçilir.

ÖRNEK1:

Arz ve talep miktarları

Üretim merkezi	Arz	Tüketim merkezi	Talep
A1	200	**T1**	250
A2	400	**T2**	200
A3	250	**T3**	350

Birim taşıma maliyetleri

Üretim merkezi	T1	T2	T3
A1	10	6	5
A2	7	8	8
A3	6	9	12

Ulaştırma tablosunun şekli şu şekilde olacaktır.

	T1	T2	T3	T4	ARZ
A1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	**200**
A2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	**400**
A3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	**250**
TALEP	**250**	**200**	**350**	**50**	**800**

Çözüme başlamadan önce, arz ve talep miktarlarının birbirine eşit olup olmadıklarını kontrol etmemiz gereklidir.

Toplam Arz = 200 + 400 + 250 = 850 birim iken,

Toplam Talep = 250 + 200 + 350 = 800 birimdir.

Görüldüğü gibi toplam arz, toplam talepten 850 – 800 = 50 birim fazladır. Bu nedenle 50 birimlik fazla arzı tüketebilecek yapay bir talep merkezi yaratmamız gereklidir. Bu merkeze T4 diyelim. Bu durumda ulaştırma tablosu aşağıdaki şekli alacaktır. Dikkat edilirse bu talep merkezi için ulaştırma maliyetleri 0'dır.

Dengelenmiş ulaştırma tablosu

	T1	**T2**	**T3**	**T4**	**ARZ**
A1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	**200**
A2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	**400**
A3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	**250**
TALEP	**250**	**200**	**350**	**50**	**850**

Kuzeybatı yöntemiyle;

Bu yöntemde, ulaştırma tablosunun sol üstteki hücresinden başlanarak elverişli miktarlar olabildiği kadar dağıtılır. Maliyetler göz önüne alınmaz. Karşılanan talep ya da arzla ilgili satır ya da sütün devreden çıkarılarak tablonun geriye kalan bölümü için dağıtıma devam edilir. Yukarıdaki örnek problem için Kuzey-Batı Köşesi yöntemi şu şekilde uygulanır.

1. Tablonun kuzeybatısındaki hücre (X11), için atayabileceğimiz en büyük değer 200'dür. Bu durumda A1'den T1'e 200 birimlik bir arz gerçekleşir ve 250 – 200 = 50 birimlik karşılanmamış bir talep kalır. Tablodaki birinci satır devreden çıkarılır. Çünkü 200 birimlik arz gerçekleşmiştir.

2. Tablonun geriye kalan kısmının kuzeybatısındaki hücre X21'dir. Buraya yapılacak en büyük atama 50 birimdir. Böylece ilk sütun için tüm talep karşılanmış olur ve ikinci satırda 400 – 50 = 350 birimlik arz olanağı kalır.
3. Birinci sütun devreden çıkarıldıktan sonra benzer işlemler tablonun geriye kalan kısmı için uygulanır.
4. Sonuçta, 200, 50, 200, 150, 200, 250 olmak üzere toplam 6 hücreye atama yapılmıştır. Satır sayısı + sütun sayısı – 1 = 6 olduğuna göre bulunan çözüm, başlangıç çözümü olarak kullanılabilir.

	T1	**T2**	**T3**	**T4**	**ARZ**
A1	200				**200**
A2	50	200	150		**400**
A3			200	250	**250**
TALEP	**250**	**200**	**350**	**50**	**850**

Toplam ulaştırma maliyeti = 200 x 10 + 50 x 7 + 200 x 8 + 150 x 8 + 200 x 12 + 250 x 0

= 7550

1.2. En düşük maliyetler yöntemi; en ucuz rota üzerine yoğunlaştığından daha iyi bir başlangıç yöntemi bulmaktadır. Kuzeybatı köşesi yönteminde olduğu gibi kuzeybatı kutusuyla başlamak yerine en düşük birim maliyetli kutuya mümkün olduğunca fazla atama yapmak suretiyle başlangıç çözümü oluşturmaya başlanır. (eşitlik durumunda rasgele bir atama yapılır) daha sonra arz ve talep miktarları ayarlanır ve yapacağı atama tamamlanan satır ya da sütun iptal edilir. Eğer aynı anda satır ve sütun iptali gerekirse, kuzeybatı köşesi yönteminde olduğu gibi bunlardan sadece biri iptal edilir. Ardından, iptal edilmemiş kutular içinden en düşük maliyetlisi bulunur ve süreç bu şekilde iptal edilmeyen bir satır ya da sütun kalıncaya kadar tekrarlanır.

Önceki örnek üzerinden değerlendirilirse;

En düşük maliyetler yöntemi ile;

Başlangıç ulaştırma tablosundaki en düşük birim maliyete sahip gözeye, olabilecek en büyük miktar atanarak işe başlanır. Sonra sıra ile bir sonraki en düşük maliyetli göze atama yapılır ve tüm arz ve talep miktarları doyurulana kadar işlem sürdürülür.

Şimdi bu yöntemi, örnek problemimiz için uygulayalım.

1. Tablomuzdaki en düşük maliyetli hücreler, X14, X24 ve X34'tür. 50 birimlik talep, bunlardan herhangi birine atanabilir. Fakat, hangi sırada yüksek maliyetli hücreler varsa o satıra atama yapılması daha uygun olur. Böylece X14 = 50 birimlik atama yapılır ve 4. sütun devreden çıkarılır.
2. İkinci küçük maliyetli hücre X13'tür. Bu hücreye 200 birimlik atama yapılır ve 1.satır devreden çıkarılır. 3. sütunda 150 birimlik karşılanmamış bir talep kalır.
3. X31 = 200 birim ayrılır ve 3.satır devreden çıkarılır. 2.satırda geriye 350 birimlik arz kalmıştır.
4. X22 ve X23 hücrelerindeki maliyet değerleri eşittir. X22 ,daha fazla birimin atanmasına olanak sağladığından buraya 200 birimlik dağıtım yapılır ve 2.satırda geriye 150 birimlik arz kalır.
5. X23'e 150 birim atanır ve başlangıç çözümü tamamlanmış olur.

	T1	**T2**	**T3**	**T4**	**ARZ**
A1			200		**200**
A2	50	200	150		**400**
A3	200			50	**250**
TALEP	**250**	**200**	**350**	**50**	**850**

Toplam ulaştırma maliyeti = 200 x 5 + 50 x 7 + 200 x 8 + 150 x 8 + 200 x 6 + 50 x 0

= 5350

1.2.3.Sıra veya Satır En Küçüğü Yöntemi

Bu yönteme göre önce birinci satırdaki/sütundaki en küçük maliyetli hücreye en büyük atama yapılır. Eğer 1.satır/sütun doyurulmamışsa, aynı sıradaki/sütundaki bir sonraki en düşük maliyetli hücreye atama yapılır ve tüm satır/sütunlar için bu işlem sürdürülür. Bu yöntemle bulunan başlangıç çözümü aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Sıra veya Satır En Küçüğü Yöntemiyle Bulunan Başlangıç Çözümü

	T1	**T2**	**T3**	**T4**	**ARZ**
A1			150	50	**200**
A2	250		150		**400**
A3		200	50		**250**
TALEP	**250**	**200**	**350**	**50**	**850**

Toplam ulaştırma maliyeti = 150 x 5 + 50 x 0 + 250 x 7 + 150 x 8 + 200 x 9 + 50 x 12

= 6100

1.2.4. Vam metodu (VOGEL'IN yaklaşımı)

Adım1: Her satır için satırdaki (sütundaki) en küçük birim maliyeti aynı satırın (sütunun) ikinci en küçük birim maliyetinden çıkararak bir ceza ölçüsü belirler.

Adım2: En büyük cezaya sahip satır ya da sütunu belirlenir. Eşitlik halinde rastgele seçim yapılabilir. Bu satır ya da sütundaki en düşük maliyetli kutuya mümkün olduğunca fazla miktarda atama yapılır. Kalan arz ve talepleri hesapla ve sıfırlanan satır ya da sütunu iptal edilir. Aynı anda sıfırlanan satır ya da sütunlar varsa, sadece birini iptal ederek kalan satıra (sütuna) sıfır miktarda arz (talep) atanır.

Adım3: (a)İptal edilmemiş arz ya da talebe sahip tam bir satır (sütun) kalmışsa durur.

(b) İptal edilmemiş pozitif arzlı (talepli) bir satır (sütun) kalmışsa, en düşük maliyetler yöntemiyle satırdaki (sütundaki) temel değişkenleri belirler ve durur.

(c) İptal edilmemiş satır ve sütunların tümü sıfır arz ve talebe sahipse, en düşük maliyetler yöntemiyle sıfır temel değişkenleri belirler ve durur.

(d) Aksi halde Adım 1'e gidilir.

Vogel yöntemini örnek 2 üzeinden değerlendirelim.

Örnek2:

XYZ Rent A Car şirketi arabalarını iki merkezden kiraya vermektedir. Arabaları kiralamak isteyen kişilerin talepleri sırasıyla, 9, 6, 7 ve 9 arabadır. Şirketin elinde fazladan 1.merkezde 15, 2.merkezde ise 13 araba vardır. Kira sözleşmesine göre arabaların işleri bittikten sonra kiralanan merkeze teslim edilmeleri gereklidir. Arabaların kiraya verildikleri merkez ile müşterilerin bulundukları yerler arasındaki birim taşıma maliyetleri aşağıdaki gibidir.

	1.müşteri	**2.müşteri**	**4.müşteri**	**5.müşteri**
1.merkez	0	17	21	30
2.merkez	14	18	19	31

Yukarıdaki tabloya baktığımızda, merkezlerden kiraya verilebilecek toplam araba sayısının 28, araba talebinin 31 olduğu görülür. Bu nedenle, 31 – 28 = 3 birimlik talebi karşılayacak yapay bir kiralama merkezinin probleme eklenmesi gerekir. Bu işlem yapıldığında, ulaştırma tablosu şu şekilde olacaktır:

Dengelenmiş Ulaştırma Tablosu

	T1	**T2**	**T3**	**T4**	**ARZ**
A1					15
A2					13
A3					3
TALEP	9	6	7	9	31

VAM Yöntemiyle çözüme başlamak için yapacağımız ilk şey, her satır ve sütun için ceza maliyetlerini belirlemektir. Ceza maliyetlerini bulabilmek için her satır ve sütun için en düşük iki maliyet değeri arasındaki farklar hesaplanır.

VAM-Tablo1:

	T1	T2	T3	T4	T5	SATIR CEZA
A1						**4**
A2					15	**4**
A3					13	**0**
A4				3	3	
TALEP	9	6	7	9	31	
SÜTUN CEZA	14	179	19	30		

En büyük ceza maliyeti 1.sütundadır. Bu nedenle 1.sütundaki en küçük maliyetli hücreye olabilecek en büyük miktar yani 9 birim dağıtılır.

VAM – Tablo2:

	T1	T2	T3	T4	ARZ	SATIR CEZA
A1					15	4
A2	9				13	4
TALEP	9	6	7	6	31	
SÜTUN CEZA	31	1	2	1		

En büyük ceza maliyeti 1.sütundadır. Bu nedenle 1.sütundaki en küçük maliyetli hücreye olabilecek en büyük miktar yani 9 birim dağıtılır.

VAM – Tablo3:

	T1	T2	T3	ARZ	SATIR CEZA
A1				15	4
A2				4	1
TALEP	6	7	6	31	
SÜTUN CEZA	1	2	1		

En büyük ceza maliyeti 1.satırdadır. Bu nedenle 1.satırdaki en küçük maliyetli hücreye olabilecek en büyük miktar yani 6 birim dağıtılır.

VAM – Tablo4:

	T3	T4	ARZ	SATIR CEZA
A1			9	9
A2	4		4	12
TALEP	7	6	31	
SÜTUN CEZA	2	1		

En büyük ceza maliyeti 2.satırdadır. Bu nedenle 2.satırdaki en küçük maliyetli hücreye olabilecek en büyük miktar yani 7 birim dağıtılır.

4.sütunu dengelemek için, kalan 6 birimlik arz X14'e ve kalan 3 birim, X21'e atanır. Sonuçta aşağıdaki başlangıç çözümü elde edilir.

Vogel Yaklaşımına Göre Başlangıç Çözüm

	T1	T2	T3	T4	ARZ
A1		6	3	6	15
A2	9		4		13
A3				3	3
TALEP	9	6	7	9	31

Toplam maliyet = 6 x 17 + 3 x 21 + 6 x 30 + 9 x 14 + 4 x 19 + 3 x 0 = 547

KONU İLE İLGİLİ;

PROBLEM 1.

Bir taşımacılık şirketi üç merkezden dört işleme birimine ürün taşımaktadır.

Talep ve arz değerleri tabloda gösterilmiştir.

Buna göre minimum maliyetle taşıma miktarlarını bulunuz…

İşleme birimleri	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**ARZ**
Merkezler					
M1	10	8	5	4	15
M2	12	6	10	2	30
M3	4	14	9	15	10
TALEP	5	15	20	10	

ÇÖZÜM 1. KUZEYBATI YÖNTEMİ

İşleme Birimleri	B1	B2	B3	B4	ARZ
Merkezler					
M1	10 **5**	8 **10**	5	4	**15**
M2	12	6 **5**	10 **20**	2 **5**	**30**
M3	4	14	9	15 **5**	**10**
TALEP	**5**	**15**	**20**	**10**	

Min Z= 5*10 + 10*8 + 6*5+ 10*20+ 2*5 + 15*5

= 50+80+30+200+10+75

=445 birim

ÇÖZÜM 2. EN KÜÇÜK MALİYETLİ HÜCRELER YÖNTEMİ

İşleme Birimleri	B1	B2	B3	B4		ARZ
Merkezler						
M1	10	8	5 **15**	4	0	**15**
M2	12	6 **15**	10	2 **10**	0 **5**	**30**
M3	4 **5**	14	9 **5**	15	0	**10**
TALEP	**5**	**15**	**20**	**10**	**5**	

Min Z= 5*4 + 15*6 + 15*5 + 9*5+ 2*10 + 0*5

=20+90+75+45+20+0

= 250 birim

ÇÖZÜM 3. VOGEL YÖNTEMİ

İşleme Birimleri	B1	B2	B3	B4		ARZ
Merkezler						
M1	10	8	5 **15**	4	0	15
M2	12	6 **15**	10 **5**	2 **20**	0	30
M3	4 **5**	14	9 **5**	15	0 **5**	10
TALEP	5	15	20	10	5	

C1	**6**	**2**	**4**	**2**
C2	**-**	**2**	**4**	**2**
C3	**-**	**2**	**5**	**2**
C4	**-**	**6**	**10**	**2**
C5	**-**	**6**	**-**	**2**
C6	**-**	**-**	**-**	**2**

C1	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**
4	**4**	**1**	**-**	**-**	**-**
2	**2**	**4**	**4**	**4**	**2**
4	**9**	**-**	**-**	**-**	**-**

Min Z= 4*5 + 6*15+ 5*15+ 10*5+ 9*5+ 2*20+ 0*5

= 20+ 90+ 75+ 50+ 45+ 40+0

=320 birim

PROBLEM 2.

Bir şirketin 3 depo ve 4 tüketim merkezi bulunmaktadır. Bu merkezlerin arz ve talep kapasiteleri ve birim taşıma maliyetleri tabloda verilmiştir.

Depo\Tüketim	**T1**	**T2**	**T3**	**T4**	**ARZ**
D1	5	3	8	10	**100**
D2	2	3	1	4	**150**
D3	8	6	5	2	**20**
TALEP	**50**	**150**	**80**	**170**	**450 Arz=Talep**

ÇÖZÜM 1. KUZEYBATI YÖNTEMİ

Depo/Tüketim	T1	T2	T3	T4	ARZ
D1	5 **50**	3 **50**	8	10	**100**
D2	2	3 **100**	1 **50**	4	**150**
D3	8	6	5 **30**	2 **170**	**20**
TALEP	**50**	**150**	**80**	**170**	**450 Arz=Talep**

Min Z= 5*50+ 3*50+ 3*100+ 1*50+ 5*30+ 2*170

= 250+150+300+50+150+340

=1240

ÇÖZÜM 2. EN KÜÇÜK MALİYETLİ HÜCRELER YÖNTEMİ

Depo/Tüketim	T1	T2	T3	T4	ARZ
D1	5	3 **100**	8	10	**100**
D2	2 **50**	3 **20**	1 **80**	4	**150**
D3	8	6 **30**	5	2 **170**	**200**
TALEP	**50**	**150**	**80**	**170**	**450 Arz=Talep**

Min Z= 2*50+ 3*100+3*20+6*30+1*80+2*170

= 100+300+60+180+80+340

=1060

ÇÖZÜM 3. VOGEL YÖNTEMİ

Depo/Tüketim	T1	T2	T3	T4	ARZ
D1	5	3 **100**	8	10	**100**
D2	2 **50**	3 **20**	1 **80**	4	**150**
D3	8	6 **30**	5	2 **170**	**200**
TALEP	**50**	**150**	**80**	**170**	**450 Arz=Talep**
C1	**3**	**0**	**4**	**2**	
C2	**3**	**0**	**-**	**-**	
C3	**-**	**0**	**-**	**-**	
C4	**-**	**0**	**-**	**-**	
C5	**-**	**0**	**-**	**-**	
C6	**-**	**3**	**-**	**-**	

C1	C2	C3	C4	C5	C6
2	**2**	**2**	**3**	**3**	**3**
1	**1**	**1**	**3**	**3**	**-**
4	**1**	**2**	**6**	**-**	**-**

Min Z = 1*80+3*100+2*50+6*30+2*170+3*20

=80+300+100+180+340+60

=1060

Sıra ve sütun en küçük yöntemine göre Örnek:

Ayka işletmesinden aşağıdaki veriler alınmıştır.

	D1	D2	D3	Sunum (üretim miktarı)
F1	10	6	5	**200**
F2	7	8	8	**400**
F3	6	9	12	**250**
İstem (tüketim miktarı)	**250**	**200**	**350**	

Talep = 850 birim

Arz = 800 birim

Talep – Arz =850-800 = 50 birim

	D1	**D2**	**D3**	**D4**	**Sunum**
F1	10	6	5 **150**	0 **50**	**200**
F2	7 **250**	8	8 **150**	0	**400**
F3	6	9 **200**	12 **50**	0	**250**
İstem	**250**	**200**	**350**	**50**	**850**

Dikkat edilirse temel değişkenlerin sayısı yani bir anlamda ayrım sayısı m+n-1=6' dır. Dolayısıyla bu yöntem ile elde ettiğimiz başlangıç çözümü, uygun ve temeldir. Ayrıca çözümün verdiği toplam ulaştırma maliyeti ise;

Min Z = 5*150+0*50+7*250+8*150+9*200+12*50=6100 TL' dir.

KAYNAKÇA

- http://content.lms.sabis.sakarya.edu.tr/Uploads/29270/28435/opt_h02-3.pdf
- http://www.ozyazilim.com/ozgur/marmara/karar/transportasyon.htm
- http://ozlemaydin.trakya.edu.tr/UlastirmaModelleri.pdf
- http://tektasi.net/wp-content/uploads/2014/01/yoneylem-cozumlu-ornekler.pdf
- Uludağ üniversitesi iktisadi ve idari bilimler fakültesi öğretim üyesi Doç. Dr. Ahmet ÖZTÜRK' ün Yöneylem Araştırması kitabı